

KONAN UNIVERSITY

C-CAPMベースのプロスペクト理論とマクロ経済変動

著者	大塚 晴之
雑誌名	甲南経営研究
巻	48
号	4
ページ	1-10
発行年	2008-03-10
URL	http://doi.org/10.14990/00001946

C-CAPM ベースのプロスペクト理論と マクロ経済変動

大 塚 晴 之

甲南経営研究 第48巻 第4号 抜刷

平成 20 年 3 月

C-CAPM ベースのプロスペクト理論と マクロ経済変動

大 塚 晴 之

は じ め に

資産価格モデルとして最も良く知られている CAPM は、「投資家のリスク選好と関係なく個別証券（ポートフォリオ）の資産収益率は、マーケットポートフォリオのリスクを尺度とする個別証券のリスク (β) の線形増加関数である」とするものである。結果として、ハイリスク・ハイリターンの関係で説明され、証券のファンダメンタル価格を決めるベンチマークとしてもとても簡単で有用であるが、投資家が消費と有価証券投資の選択を異時点間の効用最大化問題を解くことにより決定するという経済学的仮定からすると不十分な定式化である。これに対し、C-CAPM は、効用関数を特定化し、投資家の効用最大化問題の結果として投資額が決定されるとするもので、単純な CAPM に対する理論的な優位性は確定している。

しかし、Darell Duffie (1996) のようなテキストにおいてすら指摘されているように、C-CAPM の実証結果は芳しくない。米国の実証研究では、Hansen and Singreton (1982) を嚆矢として否定的な実証結果が多く提出され、日本でも羽森 (1996)、羽森・徳永 (1996) を別にすれば、堀 (1996)、祝迫 (2001)、尾崎 (2007) などが否定的な実証結果を提出している。

しかし、本稿は理論ベースとして、C-CAPM を採用する。実証結果が否

定的であることは理論の正しさを否定するものではない。とくに、従来の実証は、C-CAPM の意義を理解していない。従来の実証は、ある一定の期間における消費パラメータの推定を含んでいるが、効用関数は証券に関わるインフォメーションの変化に絶えず反応するので、deep parameter を設定して一定期間効用関数が固定されるという考え方は意味を持たない。ある一定の期間を設定した場合、ファンダメンタルズを説明する単純な CAPM の説明力が最も高くなる。C-CAPM は短期的な資産価格変動の説明に向いているのであり、行動ファイナンスが説明しようとする短期の群衆行動の理論となりうるものである。

本稿では、このような発想から、プロスペクト理論を効用関数に織り込み、C-CAPM 型の資産価格モデルを検討する。この形式のモデルは、Barberis Huang Santos (2005) でも取り扱われているが、効用に影響を与える資産、効用関数の特定化、パラメータの時間的变化に関して改善の余地がある。とくに、効用関数は、株価上昇と下落時の効用曲線の鏡映形を考慮しておらず、プロスペクト理論の取り込みとしては不十分な点がある。しかし、本稿でも、Barberis Huang Santos (2005) 型の、保有資産価値の履歴が投資家のリスク選好に影響を与える状況下での資産価格の変動モデルをベースに検討してみよう。

第1節 プロスペクト理論を組み込んだ資産価格決定モデル

従来の C-CAPM の最も大きな問題点の一つは、株式の収益率の高収益率と高ボラティリティを説明できないということであった。これに対しては、⁽¹⁾効用関数の特定化を変化させることにより一定の成果があげられてきたが、⁽²⁾株価収益率と消費成長の相関が低いという現象を説明できない。そこでこ

(1) 効用関数の形状には、CRRA 型、Abel 型、Epstein-Zin 型、Ferson-Constantinides 型などがあり、実証的なあてはまりの悪さを改善する試みがなされている。

では、効用に影響を与える別の要因を考える方法をとった、Barberis Huang Santos (2005) によって示された効用関数に金融資産の価値の変化を導入して C-CAPM を再構成したモデルを検討しよう。

従来のモデルでは、富がもたらす将来消費の効用のみを考慮していたが、ここで検討するモデルでは、金融資産の変動が考慮される。ここで用いられるアイデアは、投資家が損失回避の行動をすることと、損失回避行動が先立って発生した投資成果に依存しているということである。投資家は、利得が発生した後は損失回避行動を緩やかにする。なぜなら、先立って発生した利得は続いて起こる損失のクッションとなるからである。逆に、損失の後では、投資家はより損失回避的になる。

このような形で従来のモデルを拡張したとき、実際のデータとコンシステントないくつかの関係を説明することができる。すなわち、小さい分散の消費成長から出発して、株式収益率の高平均・高分散、有意な予測可能性、および消費成長との低い相関を、低位安定の安全利子率の存在とともに説明することができるのである。

このモデルは、リスク回避度が変化するモデルということができる。すなわち、利益が得られた後ではリスク回避度が小さくなり、損失の後では大きくなる。異常な配当の上昇は株価を上昇させ、株価の上昇は投資家のリスク回避度を小さくするので、株価はさらに上昇する。このため、このモデルに

-
- (2) Cambell Cochrane (1999) は、株式収益率の高平均・高分散、有意な予測可能性を説明するために、消費の習慣形成を用いる。リスク選好の時間を通じての変化により、現在消費が習慣レベルに近づくと考える。消費関数から得られるリスク回避度に応じて株式収益率のボラティリティが変化するため、株式収益率と消費が有意に相関してしまっているが実証的には支持されない。また、Epstein Zin (1990) は、株式収益率のボラティリティは消費選択におけるリスク回避度の変化が重要な要素であるとした。このため株式の収益率は消費と有意に相関することになるが、実証的にこれは支持されない。Barberis Huang Santos (2005) はこれと異なり、リスク選好の変化は過去の株式市場の動、究極的には配当に関するニュースによって変化する。

C-CAPM ベースのプロスペクト理論とマクロ経済変動（大塚晴之）

おける株式の収益率のボラティリティは大きい。収益率が高いボラティリティを持つということは、損失回避的な投資家が高いリスクプレミアムを要求することに他ならない。

第2節 モデルの検討

本節では、Barberis Huang Santos (2005) モデルを、後でマクロモデルの分析を行うことを念頭に置きながら要約し、検討してみよう。

モデルは、Lucas (1978) の消費ベースの資産価格モデルを基本とする。無期限期間における同質的主体の投資を考える。安全資産利子率は、 Rf, t 、危険資産収益率は $Rr+1$ 、配当を Dt とする。配当成長は、

$$\log(D_{t+1}/D_t) = g_D + \sigma_D \varepsilon_{t+1}, \quad (1)$$

$$\text{where } \varepsilon_{t+1} \sim i.i.dN(0, 1).$$

危険資産収益率は、

$$R_{t+1} = \frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{P_t} = \frac{1 + P_{t+1}/D_{t+1}}{P_t/D_t} \frac{D_{t+1}}{D_t} = \frac{1 + f(z_{t+1})}{f(z_t)} \frac{D_{t+1}}{D_t}. \quad (2)$$

とする。消費水準と危険資産選択は、次の式を最大化するように行われる。

$$E \left[\sum_{t=1}^{\infty} \left(\rho^t \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} + b_t \rho^{t+1} \nu(X_{t+1}, S_t, z_t) \right) \right]. \quad (3)$$

(3)式第1項では、従来の研究に従い、power utility タイプの効用関数を想定している。

ここで、 ρ は時間割引率、 γ は消費者のリスク選好を表している。第2項が金融資産価値の変動から得られる効用を表している。投資家が得る効用は、 $\nu(\cdot)$ で表現されている。 X_{t+1} は t から $t+1$ 期における損失あるいは利得である。 S_t は t 期に保有する危険資産の価値、 z_t は t 期より前に発生した損失あるいは利得の状態を表している。 b_t は、外生的測度因子であり、消費からの効用に比較して金融資産価値の変動が効用に及ぼす影響がどの程度強

いかを示している。

要するに、消費者は、消費から直接得られる効用以外に、資産価値の変動からの効用も考慮して現在のポートフォリオ選択を行うと考える。

投資家が直面する、予算制約は、次のように表現することができる。

$$X_{t+1} = S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t} \quad (4)$$

損失および利得は、危険資産からの収益が安全資産からの収益（リファレンスレベル）を超過した額と考え、次の式から得られるものとする。

$$X_{t+1} = S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t} \quad (5)$$

危険資産への投資価値の過去の主観的基準になる数値としてヒストリカルベンチマーク Z_t を定義する。 $S_t > Z_t$ なら利得が得られたと考え、逆の関係であれば損失が発生したと考える。効用関数中に示した z_t は、 Z_t/S_t を示しており、プラスなら損失が、マイナスなら利得が発生したことを意味する。

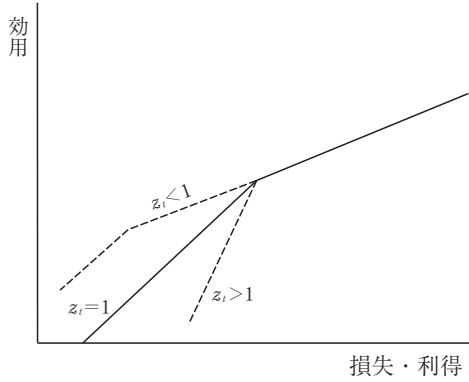
資産価値変動から得られる効用関数の形状は損失回避型である。すなわち、資産価値の増加に比べて減少により感応的に効用が変化する。この効用関数は次のように表わす。

$$\nu(X_{t+1}, S_t, z_t) = \begin{cases} X_{t+1} & \text{for } X_{t+1} \geq 0 \\ \lambda(z_t) X_{t+1} & \text{for } X_{t+1} < 0 \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 $\lambda > 1$ である。簡単に言って、（ベンチマークレベルとの比較で測られる）先だって発生した損失 z_t の値が大きくなるほど λ の値も大きくなり、利得あるいは損失の変化に対する効用の感応度は大きくなる。この関係を示したものが図1である。

損失回避行動と効用の関係をより詳細に説明しよう。ベンチマークレベル Z_t が90、今期資産収益額が100、来期資産収益額が80であるとしよう。このとき、期待効用への影響は、ベンチマークレベルを上回る貯金10の減少と、ベンチマークレベルを下回ることからの効用の減少からなる。先立って存在する利得（貯金分）の消耗は効用を大きく減少させないが、ベンチマークレ

図1 効用関数



ベルを下回ると損失回避的な投資家の効用は大きく減少するであろう。このため、この状況の効用を以下のように示すことが可能であろう。

$$(Z_t - S_t)(1) + (S_t R_t + 1 - Z_t)(\lambda) = (90 - 100)(1) + (80 - 90)\lambda$$

ここでは、先立って存在する利得を消耗する分の変化については効用のこれに対する弾力性は1であるが、それを超過した損失については1より大きい λ の弾力性が仮定されている。 $t+1$ 期の収益がベンチマークレベルを上回る($S_t R_t + 1 > Z_t$ あるいは $R_{t+1} > z_t$) のであれば損失回避行動は起こらないので、弾力性値は1となる。これより、効用関数を以下のように示すことができる。

$$\nu(X_{t+1}, S_t, z_t) = \begin{cases} S_t R_{t+1} - S_t & \text{for } R_{t+1} \geq z_t \\ S_t(z_t - 1) + \lambda S_t(R_{t+1} - z_t) & \text{for } R_{t+1} < z_t \end{cases} \quad (7)$$

安全資産利率の存在を考慮すれば、次の形を得る。

$$\nu(X_{t+1}, S_t, z_t) = \begin{cases} S_t R_{t+1} - S_t R_{f,t} & \text{for } R_{t+1} \geq z_t R_{f,t} \\ S_t(z_t R_{f,t} - R_{f,t}) + \lambda S_t(R_{t+1} - z_t R_{f,t}) & \text{for } R_{t+1} < z_t R_{f,t} \end{cases} \quad (8)$$

この体系から、次のオイラー方程式を得る。

$$1 = \rho R_f E_t [(\bar{C}_{t+1}/\bar{C}_t)^{-\gamma}] \quad (9)$$

$$1 = \rho E_t [R_{t+1}(\bar{C}_{t+1}/\bar{C}_t)^{-\gamma}] + b_0 \rho E_t [\nu(R_{t+1}, z_t)] \quad (10)$$

第3節 モデルのインプリケーション

2節で示したモデルのインプリケーションを明らかにしよう。

このモデルでは、先立って利得が発生しているときと損失が発生しているときとでは効用関数の形状が異なる。便宜的に効用関数は線形で示されており、損失が発生している場合の効用関数の傾きが急、すなわち損失回避的になっている。ベンチマークレベルより株式の収益額が小さくなると、すなわち $S_t R_t > Z_t$ あるいは $R_{t+1} > z_t$ となると、その損失は効用に相対的に強く影響し、効用水準を相対的に大きく下げる結果、C-CAPM式から明らかなように、株式にたいする期待（要求）収益率は相対的に大きく上昇する。このため、株価は下落する。逆に、 $S_t R_t > Z_t$ あるいは $R_{t+1} > z_t$ の状況では、リスクテイキングになるため、仮に損失が発生しても先立って発生していた利得がクッションとなって効用水準の下落は相対的に穏やかなものにとどまる。このため、期待収益率の下落も相対的に小さく、株価の下落も相対的に緩やかになるであろう。

ところで、株式の収益率が低下する状況が累積するとやがて、ベンチマークレベルは下方に修正される。ベンチマークレベルが下方修正されると次期に発生する株式の収益率が小さくても $S_t R_t > Z_t$ あるいは $R_{t+1} > z_t$ となるため、損失回避が緩やかな状況へと変化することになる。しかし、低い収益率に慣れることが投資家の損失回避の程度を緩やかにするという想定が現実的でないとする、ベンチマークレベルが相当期安定的な数値を保つと考える方が良いであろう。

一方、このモデルは、資産ポートフォリオとして、消費、安全資産、危険資産を選択することを想定している。危険資産選択では損失回避行動が存在

C-CAPM ベースのプロスペクト理論とマクロ経済変動（大塚晴之）

するため、危険資産収益率は通常の C-CAPM よりボラティティが高いものとなっている。一方、消費のボラティティは危険資産のそれと比べると小さい。例えば、先立った損失が存在するとき、危険資産収益率の下落は株式需要を相対的に大きく減少させるが、安全資産収益率が安定的であれば、これによって発生する余裕資金は安全資産と消費に分割されることからこのことが理解されよう。

第 4 節 マクロ理論への応用可能性

一度配当が低下して、株式の収益率が低下すると、資産価値変動が発生すると株式の期待収益率を激しく上昇させるというシナリオは、不況期に資本の限界効率が低下し投資水準が加速的に低下するとするマクロ理論から見ると非常に有用なものに思える。株式の期待収益率の低下は株価を引き下げただけではなく、資本コスト (WACC) を引き上げ、このため、実物投資需要が低下し、総需要の低下は物価を低下させるというマクロ的シナリオに続くからである。

さて、代表家計を考えることにより、上述のモデルに物価水準の影響を含めてマクロ分析を行うことができる。物価水準を p_t とすると、オイラー方程式は次のような形となる。

$$1 = \rho E_t \left[R_{t+1} \left(\frac{\bar{C}_{t+1}}{p_{t+1}} / \frac{\bar{C}_t}{p_t} \right)^{-\gamma} \right] + b_0 \rho E[\hat{v}(R_{t+1}, z, p^*)].$$

物価変動の影響は、消費および資産価値の双方に表れる。何らかの理由で総需要が減少するような変動が生じると物価が低下するが、この影響は株式の期待収益率に及ぶ。ここでは、 p_h を物価のヒストリカルベンチマークとし、 p_t/p_h を p^* とする。また、 $t+1$ 期の物価水準は期待値となるが、静学的期待形成および適応的期待形成がなされる場合の双方について簡単なシナリオを示そう。

①物価が静学的に期待されるケース

物価が低下すると、 p^* が低下する。このときには配当も低下するものと考えられるので、投資家の効用は損失回避的になる。配当価値の下落は S_t を引き下げ z_t を増大させる。(すなわち、ベンチマークに比べて損失が発生する。) 前述のようにこの影響により効用 u が低下する。一方、 p^* が低下すると z_t 増大の一部は相殺されるので、効用の低下は一部抑えられる。この理由は、ベンチマークレベルの物価 p_h に比べて物価低下が起こる結果、実質収益価値が増大し効用が増大するためである。オイラー方程式より、効用の低下（マイナス）は、期待収益率の上昇、すなわち株式需要および株価の低下をもたらす。

また、物価上昇は消費の実質価値を変化させるが、物価が静学的に期待される場合、すなわち $p_t = p_{t+1}$ のケースでは、効用に影響は現れない。

株式の期待収益率の上昇は、資本コスト (WACC) を引き上げる効果を持つので、採択実物投資プロジェクトは減少する。このため、総需要が減少し物価水準はさらに低下する。すなわち、デフレスパイラルが発生する。

②物価が適応的に期待されるケース

物価低下のプロセスにおいて、物価が、外挿的、あるいは適応的に期待される場合には、今期実質消費に比べて来期実質消費が大きくなることを意味するので、異時点間代替効果が働いて、今期の消費が増やされる結果、ポートフォリオにおいて資産投資比率が減少し、株式の期待収益率が上昇する。このため、上述の効果に加えて、消費選択の側面からも、WACC の上昇による投資の低下が発生し、総需要および物価はさらに低下することになる。

一般的な不況の状況では、累積的な物価低下と所得の減少が見られるが、以上のように、損失回避行動をもとにした C-CAPM が、この現象の一部を説明できるものと思われる。

参 考 文 献

- Abel, Andrew, 1990, Asset Princes under Habit Formation and Catching up with the Joneses, *American Economic Review*, 80, 38-42.
- Benartzi, Shlomo, and Richard Thaler, 1995 Myopic Loss Aversion and the Equity Premium Puzzle, *Quarterly Journal of Economics*, 110, 73-92.
- Barberis, Huang and Santos 1, "Prospect Theory and Asset Price, 2005," *Advances in Behavioral Finance*, Princeton University Press.
- Campbell, John Y., 2000, Asset Prices, Consumption and the Business Cycle, in *Handbook of Macroeconomics*, John Taylor and Michael Woodford (eds.), North-Holland.
- Campbell, John Y., and John H. Cochrane, 1999, By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior, *Journal of Political Economy*, 107, 205-51.
- Epstein, Larry G., and Stanley E. Zin, 1989, Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Asset Returns: A Theoretical Framework, *Econometrica*, 57, 937-68.
- Epstein, Larry G., and Stanley E. Zin, 1990, First-Order Risk Aversion and the Equity Premium Puzzle, *Journal of Monetary Economics*, 26 387-407.
- Epstein, Larry G., and Stanley E. Zin, 1991, Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption Growth and Asset Returns II: An Empirical Analysis, *Journal of Political Economy*, 99, 263-86.
- Kahneman, Daniel, and Amos Tversky, 1979, Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, *Econometrica*, 27, 39-71.
- Tversky, Amos, and Daniel Kahneman, 1981, The Framing of Decisions and the Psychology of Choice, *Science*, 211, 453-58.
- Tversky, Amos, and Daniel Kahneman, 1992, Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty, *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, 297-323.